学籍番号	名前

2003 年度　数理計画法　期末試験問題 [50 点満点]

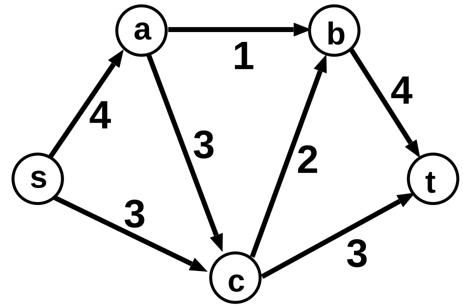
平成１６年２月９日 (月) １４時４０分〜１６時１０分 (９０分間)

注意事項

1. 講義ノート、参考図書、ノート、電卓、計算機などの持込みは不可。
2. 解答は各設問の下、もしくは右側のページに書くこと。
3. 試験問題は全部で A4 用紙 6 枚からなる。最後の 1 枚は切り取って計算用紙として使っても良い。

問題 1.[10 点]

右図のネットワークにおいて、頂点 s から t への最大フローを求めたい。なお、 各枝の数値はその枝の容量を表している。



(a)　この最大フロー問題を定式化せよ。「最大化… 条件…」の形で書くこと。省略せずに全ての条件を書くこと。

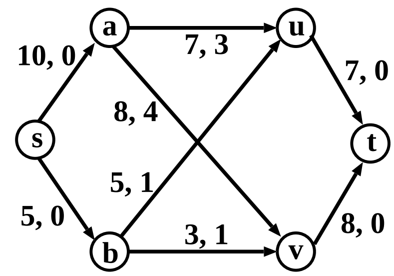
(b)　この問題の最大フローおよび最小カットを求めよ。これらを求める際の計算の過程（残余ネットワークなど）も省略せずに書くこと。

問題 1 の解答欄

問題 1 の解答欄

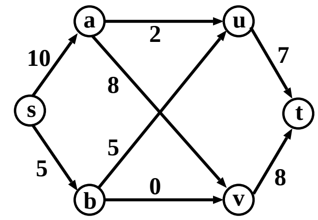
問題 2.[10 点]

右図のネットワークにおける最小費用フローを求めたい。t における需要量 (s における供給量) は 15 とする。各枝の数値は、 左側がその枝の容量、 右側がその枝の費用を表す。



(a)　この問題の需要供給を満たすフローは最大フロー問題を利用して求めることができる. このやり方について説明せよ. なお, 実際にフローを求める必要はない.

(b)　負閉路消去法を使って最小費用フローを求めよ。ただし、右図のフローを最初のフローとして使うこと。



問題 2 の解答欄

問題 2 の解答欄

問題 3.[18 点]

制約なしの非線形計画問題「最小化　$f(\boldsymbol{x})$　制約　$\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n$」について考える。

(a)　勾配ベクトルを用いた、制約なし問題の最適性条件について説明せよ。

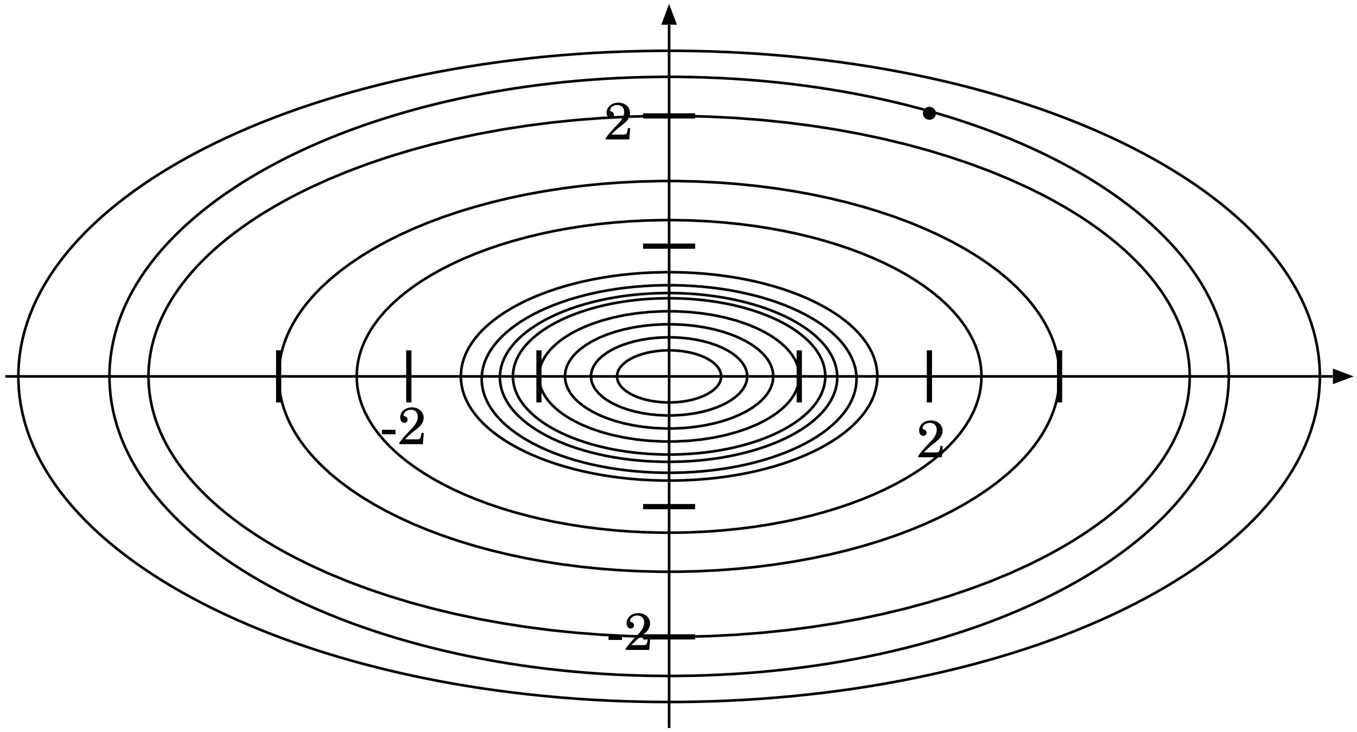
(b)　関数 $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2$ の勾配ベクトルを求めよ。
また、(a) の結果を元にして制約なし問題の最適解を求めよ。
（ヒント：最適性条件を満たすベクトルが必ず最適解になるとは限らない。最適解になることを確認せよ。）

(c)　関数 $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2$ に対し、初期点を $(2, 2)$ として、最急降下法を適用した場合の次の点を計算せよ。また、その結果を右ページの等高線の図の上に書きなさい。

(d)　関数 $f(x)$ が凸関数であることの定義を書け。また、関数 $f(x) = x^2$ が凸関数であることを証明せよ。

問題 3 の解答欄

問題 3 の解答欄



問題 4.[12 点]

関数 $f(x_1, x_2) = x_1^3 - 3x_1 + x_2^3 - 3x_2$ を最小化する制約なし問題について考える。

(a)　停留点の定義を述べよ。また、関数 $f(x_1, x_2)$ の停留点を全て求めよ。

(b)　停留点 $\boldsymbol{x}^*$ が極小解であるための条件として、ヘッセ行列を用いた十分条件、必要条件 (2 次の最適性条件）が知られている。これらの条件について簡単に説明せよ。

(c)　関数 $f(x_1, x_2)$ の各停留点に対し、それらが極小解、極大解、鞍点のいずれであるか、判定せよ。その理由も書くこと。（ヒント： ベクトル x が関数 f の極大解であることの必要十分条件は、x が関数 $-f$ の極小解であることである。）

問題 4 の解答欄

問題４の解答欄

計算用紙

計算用紙